

### Exercices : corrigé

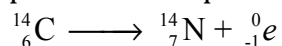


---

#### Exercice 12 : datation au carbone-14.

---

L'isotope  $^{14}\text{C}$  du carbone se décompose selon un processus de désintégration de type  $\beta^-$  :



La période (ou demi-vie ou « équivalent » du temps de demi-réaction pour une réaction chimique) de cet isotope est  $T_c = 5,73 \cdot 10^3$  an.

Dans la nature, l'isotope  $^{14}\text{C}$  est présent en très petite quantité. Un organisme présente un taux constant  $\tau_{\text{nat}}(^{14}\text{C}) = 1,36 \cdot 10^{-12}$  de  $^{14}\text{C}$ , appelé « taux naturel ». Après la mort de cet organisme, ce taux va diminuer en suivant la loi de vitesse d'ordre 1 de l'acte élémentaire défini plus haut.

On enregistre en moyenne 13,5 désintégrations par minute et par gramme de carbone

1) Pourquoi le taux de  $^{14}\text{C}$  est-il constant dans un organisme vivant ?

Le taux est constant car il provient de l'alimentation de l'organisme, c'est à dire du  $\text{CO}_2$  que fixe la plante dans le cas d'un végétal. Comme le taux de  $^{14}\text{C}$  assimilé par l'organisme est constant dans l'air, c'est un taux constant que l'on v retrouver aussi dans l'organisme vivant.

2) Montrer que l'on peut écrire la relation suivante pour une désintégration radioactive :

$$\ln\left(\frac{N_0}{N}\right) = k.t = \left(\frac{0,693}{t_{\frac{1}{2}}}\right) t$$

où  $N_0$  et  $N$  représentent respectivement les nombres de noyaux radioactifs aux temps 0 et  $t$ .

**Les désintégrations radioactives sont d'ordre 1.**

Alors, avec les notations du texte :  **$-dN/dt = k.N$**

En intégrant :  $N(t) = N(0).exp(-k.t)$  soit :  **$N = N_0.exp(-k.t)$**

Et pour une réaction d'ordre 1, le temps de demi-réaction (demi-vie ici ou période) est tel que :

$$t_{1/2} = \ln 2 / k = 0,693 / k$$

D'où :

$N = N_0.exp(-k.t)$  s'écrit aussi :

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -k.t = -\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}.t = -\frac{0,693}{t_{\frac{1}{2}}}.t$$

ou :

$$\ln\left(\frac{N_0}{N}\right) = \frac{0,693}{t_{\frac{1}{2}}}.t$$

3) Dans un échantillon de bois issu d'un prélèvement effectué dans la grotte de Lascaux, la vitesse de désintégration du  $^{14}\text{C}$  est de 2,22 désintégrations par minute et par gramme de carbone.  
Calculer l'âge de cet échantillon de carbone.

Aujourd'hui, la vitesse est  $v = 2,22$  désintégrations par seconde et elle est de 13,5 quand l'arbre est vivant.

Ainsi :

$$\mathbf{A\ la\ mort\ de\ l'arbre : v_0 = k.N_0 = 13,5}$$

$$\mathbf{Aujourd'hui : v = 2,2 = k.N}$$

$$\ln\left(\frac{v_0}{v}\right) = \ln\left(\frac{N_0}{N}\right) = \ln\left(\frac{13,5}{2,2}\right) = \frac{0,693}{\frac{t_1}{2}} \cdot t$$

$$\ln\left(\frac{13,5}{2,2}\right) = \frac{0,693}{5,73 \cdot 10^3} \cdot t$$

On en déduit t :

$$t = 15 \cdot 10^3 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ années.}$$